Conocimiento simbólico. Un capítulo de la historia de la metodología científica

Javier Legris*

Resumen

El concepto de conocimiento simbólico alude al valor que tienen los cálculos formales en la obtención de conocimiento, es decir a sus aspectos pragmáticos. El siguiente trabajo tiene como objetivo ofrecer un panorama de su aplicación en diversos aspectos de la metodología de la ciencia. Se partirá de su formulación original, debida a Leibniz, señalando sus rasgos más básicos, y se mostrará su papel en el desarrollo de ideas como las de cálculo formal y sistema formal en la historia de la matemática y la lógica simbólica. Se hablará, así, de una "tradición del conocimiento simbólico" ligada sobre todo a la evolución del álgebra. Como caso concreto de estudio se analizará el surgimiento del álgebra de la lógica en el siglo XIX. Con ello se espera arrojar una nueva luz sobre nociones tales como las de sistema formal, representación del conocimiento, estructura abstracta y razonamiento subrogatorio, entre otras.

Palabras clave: historia de la lógica simbólica – metodología de las ciencias formales – filosofía de la matemática – teoría del conocimiento

Abstract

The concept of symbolic knowledge alludes to the value that formal calculus have in the obtainment of knowledge, that is, to its pragmatic aspects. The following works aims to offer a panorama of its application in diverse aspects of methodology of science. We will begin from its original formulation, owned to Leibniz, indicating its most basic characteristics, and we will also point out its role in the development of ideas such as

---

* Javier Legris es doctor en Filosofía por la Universidad de Regensburg, profesor de Lógica en la Universidad de Buenos Aires e Investigador del Conicet.
El presente trabajo fue elaborado en el marco del proyecto de cooperación científica argentino-alemana "Lenguajes formales como lenguajes universales y la historia de la lógica moderna", financiado por el DAAD y la Fundación Antorchas. Quiero expresar mi agradecimiento a Oscar Esquisabel (La Plata), con quien he discutido extensamente muchos de los temas aquí expuestos, y a Abel Lassalle Casanave (Santa Maria, Brasil) y José Seoane (Montevideo), quienes han hecho críticas y comentarios a versiones anteriores de partes de este trabajo.

formal calculus and formal system in the history of mathematics and symbolic logic. Thus, we will speak of a “symbolic knowledge tradition”, specially connected to the evolution of algebra. As an specific case of study we will analyze the arise of the algebra from logic in the nineteenth century. With this, we expect to illuminate notions such as formal system, representation of knowledge, knowledge representation, abstract structure and subrogate reasoning, among others.

Keywords

history of symbolic logic - methodology of formal sciences - theory of knowledge.

No hace falta echar mano de argumentos muy sofisticados para afirmar el carácter esencial que tienen los procesos de simbolización en la cultura humana: el ser humano es caracterizado sin más como “animal simbólico”. En particular, los diferentes sistemas simbólicos (alfabetos, sistemas pictóricos, ideogramas, gráficos, figuras, íconos, entre otros) se han mostrado indispensables para el desarrollo del conocimiento científico y tecnológico, no sólo como base física para la conservación y transmisión de información, sino también para la estructuración de la información.

Más allá de estas consideraciones tan generales, los sistemas simbólicos tienen un valor metodológico específico al funcionar como herramientas para obtener conocimiento. Esto sucede cuando el sistema simbólico es adoptado como un *cálculo*, esto es, dicho brevemente, como un sistema de reglas que se aplica a cadenas de símbolos transformándolas en nuevas cadenas. De este manera, puede decirse, se obtiene *conocimiento simbólico*. En el marco de este concepto de conocimiento simbólico se pueden comprender diferentes fenómenos tales como la *construcción* y *uso* de cálculos, la *versatilidad* del sistema simbólico para representar diferentes ámbitos de problemas, y la *eficiencia* de un cálculo para solucionar problemas relativos a ese dominio. Si, además, se piensa en la implementación computacional de un sistema simbólico entra en juego su complejidad, que debe equilibrarse con sus capacidades expresivas. Finalmente, este concepto sugiere una perspectiva para entender algunos aspectos, sobre todo pragmáticos, de las teorías científicas. Se puede hablar, en general, de una metodología del conocimiento simbólico que, pese a tener históricamente un origen matemático, se puede aplicar en cualquier disciplina científica o tecnológica, y que es esencialmente un método de resolución de problemas.

El concepto de conocimiento simbólico es útil para comprender y vertebrar conceptos centrales en la metodología de las ciencias formales, entre ellos los conceptos de de “cálculo formal”, “metateoría”, “interpretación”, “abstracción formal”. En la filosofía de la ciencia, el conocimiento simbólico es una herramienta para analizar los aspectos representacionales de las teorías científicas. Más en general, articula problemas propios de la teoría del conocimiento, como la distinción clásica entre conocimiento mediato e inmediato.

Todo esto pone de relieve el valor de este concepto para estudiar muy diversas cuestiones metodológicas y gnoseológicas. Este artículo se limitará a algunas de estas cuestiones, y, si bien no es *stricto sensu* un trabajo histórico, expondrá algunos momentos de la evolución de la idea de conocimiento simbólico. Como caso especial, se considerará el papel de la metodología del conocimiento simbólico en el surgimiento de la lógica simbólica en el siglo XIX. De manera subsidiaria, se aspira a llegar a una mejor comprensión de algunos aspectos presentes en los orígenes de la lógica simbólica.

1. Las ideas de Leibniz

En el siglo XVII se produjo un cambio en la metodología de la matemática que fue determinante para el futuro de esta disciplina. La mejor evidencia de este cambio se encuentra en la aparición de la geometría analítica, que significó el pasaje de un modo de pensar geométrico a un modo de pensar algebraico. En efecto, Descartes en su *Géometrie*,[1] -publicada en 1637-, introdujo métodos que se pueden caracterizar como algebraicos con el fin de resolver problemas geométricos: objetos geométricos (curvas) con ecuaciones. Este modo de pensar algebraico consistía en efectuar operaciones entre símbolos sin prestar atención a la naturaleza de los objetos en consideración. El papel preciso que Descartes tuvo en este cambio y la importancia de la obra de algunos de sus predecesores es objeto de una discusión, esencialmente histórica, que va mas allá de los límites de este trabajo.

Una de las consecuencias de largo alcance de este cambio fue la introducción de la idea de *cálculo* como un método para resolver problemas. Este método consiste, a grandes rasgos, en expresar el problema a resolver por medio de un lenguaje artificial, de modo que la solución resulte a partir de transformaciones sucesivas de las expresiones simbólicas de ese lenguaje artificial. Estas transformaciones dependen puramente de la estructura sintáctica de los símbolos y no de su significado, con lo cual los símbolos se independizan de sus interpretaciones. Esto constituye un nuevo uso de los símbolos en la ciencia. Se crean sistemas simbólicos formales a la manera de artefactos con el fin de resolver problemas.

Leibniz no sólo fue uno de los propulsores de este cambio metodológico, sino que además reflexionó sobre los rasgos definitorios del nuevo modo de pensar y concibió la

[1] Descartes, R., *Géometrie*, Paris, Hermann, 1886.

idea de lo que se llamará aquí conocimiento simbólico, con el que fundamentaba el uso cognoscitivo de los cálculos y los lenguajes artificiales. Para él, el conocimiento simbólico (*cogitatio caeca* o *symbolica*) es un tipo de conocimiento que se obtiene mediante la utilización de estructuras semióticas. En sus *Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas,* de 1684, Leibniz hace notar la necesidad de contar con signos en lugar de las cosas para poder emplear procedimientos analíticos, y este empleo de los signos para obtener conocimiento es lo que Leibniz llamaba "pensamiento ciego" o "simbólico".[2]

El término "quiliógono", polígono de mil lados, le sirve a Leibniz como un ejemplo de tal situación. La representación de esta figura geométrica es imposible, por lo que se emplea directamente el signo que lo denota. Otro caso típico de conocimiento simbólico se encuentra en las operaciones con números grandes, donde la representación intuitiva del número no es posible, es decir, cuando el número no es *fácticamente* construible (por ejemplo, la décima potencia de 10 elevada a la 10). De este modo, la función del conocimiento simbólico consiste en poder pensar (i.e., hacer inferencias) acerca de objetos no intuibles o construibles. Más aún, hay ciertos dominios cognoscitivos a los que la imaginación simplemente no llega, como es el caso de los objetos n-dimensionales, o el infinito matemático, de manera que para la consideración de los correspondientes objetos dependemos de los signos.

Leibniz contrapone el conocimiento simbólico al conocimiento intuitivo, que apela directamente a la contemplación de las ideas más simples y a su conexión recíproca. Sostiene que la mente humana requiere esencialmente representaciones simbólicas, ya que el conocimiento intuitivo constituye un límite ideal difícilmente asequible al entendimiento humano. De hecho, todo el conocimiento humano es simbólico en la medida en que conocer presupone la construcción de estructuras simbólicas.[3]

Ahora bien, el conocimiento simbólico presupone criterios de corrección para los cálculos, pues la aplicación del cálculo podría conducir a conclusiones erróneas, en la medida en que puede encubrir contradicciones que no son captadas a primera vista. La garantía de la corrección del pensamiento simbólico radica en el *modo de construcción* de la formación semiótica. Dicho de otra manera, la estructura misma del sistema simbólico debe diseñarse de modo tal que impida la aparición de contradicciones y, por lo tanto, de "objetos imposibles". Este diseño del sistema está asegurado por sus *reglas de construcción*. Estas reglas constituyen un rasgo característico de los lenguajes "analíticos", de carácter artificial, como lo son los de la aritmética o el álgebra. Por esa razón, estas dos disciplinas, con sus métodos de representación "exacta", proporcionan el modelo por excelencia de conocimiento simbólico. Así, el ideal leibniziano de conocimiento simbólico consiste en extender dichos métodos a *toda operación cognitiva en general*. De acuerdo

[2] Véase GP IV, 423.
[3] Esta afirmación debe entenderse en el marco específico de la problemática gnoseológica de Leibniz.

con este ideal, el nuevo conocimiento se adquiere a través de la *manipulación* de los signos considerados ahora como objetos, que se han independizado de su significado.[4]

Con la introducción de este concepto se produce un importante salto metodológico: el conocimiento por medio de la manipulación de símbolos adquiere un lugar especialmente destacado en la estructura cognoscitiva humana. El conocimiento de las propiedades de una entidad se puede reducir al conocimiento de las propiedades estructurales de las formaciones simbólicas que se emplean para representarla. Por lo demás, significa un paso decisivo en la mecanización de los procedimientos inferenciales, en la medida en que se manipulan los símbolos entendidos como objetos. En esta perspectiva, Leibniz es el representante por antonomasia del simbolismo operativo. La conexión entre caracteres puede efectuarse por medio de un cálculo, que se entiende como una operación que se define para aquellos.[5]

La creencia de que los sistemas simbólicos mejoran, amplían o, directamente, sustituyen las operaciones cognitivas "naturales" de la inteligencia humana está estrechamente vinculada con el programa leibniziano de desarrollar una *ars combinatoria* y con el proyecto de la *characteristica universalis*. El modelo algebraico desempeñó un papel fundamental en dichos programas, especialmente en el de la *characteristica*. En efecto, la *characteristica universalis* constituye un instrumento para mejorar y extender nuestras capacidades cognitivas, a tal punto que todo procedimiento inferencial podría reducirse a una transformación de fórmulas de acuerdo con determinadas reglas de formación y operación. Tenemos, de este modo, una máquina "formal" de pensamiento:

2. Los rasgos característicos del conocimiento simbólico

Sybille Krämer propuso tres rasgos para caracterizar el concepto de conocimiento simbólico.[6] En primer lugar, los sistemas de símbolos son empleados como una técnica, esto es, con un fin instrumental. Si esto es así, los sistemas simbólicos son considerados objetos *tecnológicos*, sistemas de objetos construidos de acuerdo con ciertos fines. Un sistema simbólico no es otra cosa que un *artefacto* construido a partir de signos, entendidos como objetos materiales con una determinada localización especial y temporal y que obedecen a las leyes de la naturaleza. Al elaborar un sistema simbólico no se hace otra cosa que diseñar un objeto artificial que puede ser construido físicamente a partir de diferentes

---

[4] Véase Esquisabel, Oscar y Legris, Javier, "Conocimiento simbólico y representación", en Minhot, Leticia y Testa, Ana (Comps.), *Representación en ciencia y arte*, Córdoba, Brujas, 2003, pp. 233-243.

[5] Véase GP VII 206 (trad. cast.) en Leibniz 1982, p. 191, y la carta a Tschirnhaus de mayo de 1678, donde Leibniz habla de "Calculus quam operatio per characteres", (GM IV, 462).

[6] Krämer, Sybille, "Symbolische Erkenntnis bei Leibniz", en *Zeitschrift für philosophische Forschung* 46, 1992, pp. 224-237.

materiales. Este rasgo es decisivo en la medida en que los sistemas simbólicos dejan de pensarse como entidades puramente ideales, existentes sólo en el reino de las ideas. Se puede decir, en suma, que son "máquinas del pensamiento" que tienen un funcionamiento y dan un resultado.

En segundo lugar, los símbolos se vuelven independientes ("autárquicos") de su significado y, por lo tanto, de la interpretación que se les asigne. De hecho, pueden recibir diferentes interpretaciones. Más aún, la construcción del sistema puede anteceder a sus interpretaciones (tal como ocurre en el álgebra abstracta). De este modo, los signos del sistema son simplemente manipulados como objetos y la *corrección* de esta manipulación no depende del significado que adopten los símbolos. En este sentido, el conocimiento simbólico no emplea *conceptos*, sino *símbolos*.

En tercer lugar, los objetos del conocimiento se constituyen de manera simbólica, es decir, los símbolos no sólo representan objetos, sino que los *producen*. La posibilidad de una entidad está determinada por la construcción del sistema simbólico que lo representa, construcción entendida a la manera de una producción técnica. Una consecuencia destacable de esta característica es que los sistemas simbólicos permiten presentificar entidades "inimaginables" y operar con ellas. El concepto de una cosa se obtiene al encontrar un sistema de símbolos que constituya su representación. En su escrito "Qué es idea", Leibniz afirma que el conocimiento de las propiedades de un objeto se obtiene analizando el sistema simbólico que lo representa.[7] De aquí se extrae una propiedad distintiva del conocimiento simbólico: su carácter *subrogatorio*. El conocimiento acerca de una entidad o dominio de entidades se obtiene empleando un "representante" de este: el sistema simbólico.

Ahora bien, si se quisiera sintetizar a grandes rasgos las notas esenciales del conocimiento simbólico a partir de las ideas leibnizianas, se obtendrían las siguientes características fundamentales:

a. Los sistemas simbólicos (que, en general, pueden estar formados por figuras, signos gráficos, letras del alfabeto) son *sistemas físicos* sometidos a reglas operacionales.
b. Los sistemas simbólicos cumplen una función *instrumental* en la obtención de conocimiento. Los sistemas simbólicos son herramientas para obtener conocimiento. Dan pruebas o tests de decisión *ad oculos*.
c. El conocimiento simbólico presupone una función *representativa* de los sistemas simbólicos. La representación consiste principalmente en aplicaciones o morfismos de un sistema simbólico a otro (o de un sistema simbólico a una estructura en general). Pueden

[7] Véase GP VII, op. cit., p. 263.

emplearse diferentes sistemas simbólicos para representar una misma estructura. Un ejemplo sencillo lo constituyen las notaciones decimal y binaria para representar números.

d. El conocimiento simbólico es esencialmente conocimiento de *estructuras formales* y de sus propiedades. Por medio del establecimiento de relaciones de semejanza y por medio de la abstracción se determinan estructuras formales, cuyas propiedades pueden ser estudiadas ("conocidas"), y a dichas estructuras se les pueden otorgar diferentes "modelos" (aplicaciones, interpretaciones).

e. En cuanto a su valor cognoscitivo, los sistemas simbólicos se *independizan del significado* que se les asigne.

f. El conocimiento simbólico implica *constitución simbólica* de objetos. En los sistemas simbólicos pueden aparecer símbolos que tienen la función de abreviar procedimientos o hacen posible la obtención de determinados resultados. Estos símbolos hacen referencia, en algunos casos, a entidades "no intuibles", en otros a entidades "ficticias". La aparición de tales símbolos puede interpretarse como la construcción de objetos con las notas señaladas, o como su "constitución".

Estas notas características requieren alguna aclaración posterior. La función representacional (subrogatorio) del sistema simbólico y el modo en que soluciona problemas en el dominio del sistema representado se aprecia en el esquema siguiente:

Sistema representado **Sistema simbólico**

Problema ————————→ Representación simbólica
↓
↓
↓ Cálculo
↓
↓
Solución ←———————— Resultado

Según este esquema el procedimiento indicado por el cálculo es claramente independiente de lo que ocurra en el sistema representado. Por esta razón, debe haber criterios de adecuación del cálculo con el dominio del problema.

3. Conocimiento simbólico en el álgebra de la lógica

A partir de las ideas de Leibniz, el concepto de conocimiento simbólico pasó a formar parte de la epistemología y la metodología de la ciencia. Baste citar aquí a Johann Christian Lambert, quien lo analizó en el contexto de una teoría de los signos en su obra *Neues Organon* de 1764[8]. También Kant hace mención de este concepto para fundamentar el conocimiento obtenido en el álgebra.[9] En la práctica científica no se formula explícitamente como un concepto metodológico, pero subyace al desarrollo posterior de la matemática moderna.

En particular, esta metodología del conocimiento simbólico fue decisiva para la aparición de la lógica simbólica en el siglo XIX, si bien todos sus fundadores hicieron referencia explícita a la idea leibniziana. Esto se ejemplifica de manera paradigmática con el álgebra de la lógica en Inglaterra.

Dentro del conjunto de teorías y métodos que dieron origen en el siglo XIX a la matemática moderna, se encuentra la escuela inglesa del *álgebra simbólica*. En 1830 apareció el *Treatise on Algebra* de George Peacock. Allí se sostenía el "Principio de la permanencia de las formas equivalentes", que decía que "cualquier forma que sea equivalente a otra, una vez que es expresada en símbolos generales, debe seguir siendo equivalente, cualquiera sea la denotación de esos símbolos".[10]

Este principio afirma que dos símbolos algebraicos son equivalentes (equivalencia que se formula mediante una ecuación) independientemente de la interpretación que se les proporcione. Por esta razón hace referencia a "símbolos generales", esto es, variables que no tienen un dominio fijo asignado. La idea de que lo que lleva a afirmar la equivalencia está en las propiedades de los símbolos (expresadas por medio de postulados o definiciones) se basa en este principio. Piénsese en el caso de la ecuación

$$x(y+z) = xy + xz$$

que expresa la propiedad de distributividad del producto por la suma, y cuya demostración depende de los postulados que gobiernan a ambas operaciones, sin importar los objetos a los que se refieran esas operaciones (números, segmentos de recta, etc.).

El principio trajo como consecuencia la distinción entre el "álgebra aritmética" (que se ocupa de números) y el "álgebra simbólica" (que es un mero cálculo abstracto entre símbolos). El matemático escocés Duncan Gregory (1813-1844) formuló un "cálculo de

---

[8] Cfr. Lambert, J., *Neues Organon*, ,Berlin Akademie Verlag, Günter Schenk, 1990.

[9] Véase al respecto Lassalle Casanave, Abel, "Conocimiento por construción característica", en Doffi, Mercedes (comp.), *Lógica, epistemología y filosofía del lenguaje. Homenaje a Alberto Moreno*, Buenos Aires, Eudeba, 2005.

[10] Peacock George, *A Treatise on Algebra*, Cambridge, J. & J.J. Deighton / Londres G.E. & J. Rivington, 1830, p. 198.

operaciones” en su trabajo “On the real Nature of Symbolical Algebra” de 1840. Allí define el álgebra simbólica como la ciencia que trata de la combinación de operaciones. Dice Duncan,

> la ciencia que se ocupa de la combinación de operaciones definidas no por su naturaleza [...] sino por las leyes de combinación a las que están sujetas.[11]

Estas ideas influyeron fuertemente en George Boole, quien interpretó el principio de permanencia como un principio acerca de la *independencia* que tiene el cálculo, en la investigación de sus leyes y propiedades, respecto de sus interpretaciones. En su obra de 1847, *The Mathematical Analysis of Logic*,[12] Boole aplicó el álgebra simbólica al campo de la lógica y, en este contexto, expresó la idea, de acuerdo con el principio de permanencia de las formas, de que el análisis de las leyes de combinación de los símbolos es independiente de su interpretación:

> Aquellos que están familiarizados con el estado actual del Algebra Simbólica son conscientes de que la validez de los procesos de análisis no depende de la interpretación de los símbolos que se emplean, sino únicamente de las leyes de su combinación. Todo sistema de interpretación que no afecte la verdad de las relaciones supuestas, es igualmente admisible, y es así que un mismo proceso puede representar, bajo un esquema de interpretación, la solución a un problema acerca de las propiedades de los números; bajo otro esquema puede representar la solución a un problema geométrico, y bajo un tercero, a un problema de dinámica u óptica. Este principio, por cierto, tiene una importancia fundamental.[13]

Este principio es la base misma para construir un cálculo de la lógica:

> Justamente podríamos asignarle [al principio precedente] el carácter definitivo de un cálculo verdadero, a saber que es un método basado en el empleo de símbolos, cuyas leyes de combinación son conocidas en general y cuyos resultados admiten una interpretación consistente [...] Es sobre el fundamento de este principio general que me propongo establecer el cálculo de la lógica.[14]

---

[11] Gregory, Duncan “On The real Nature of Symbolical Algebra” en *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* 14, 1840, p. 208.
[12] Boole, G., *The Mathematical Analysis of Logic,* New York, Sage, 1998.
[13] Boole, G., op. cit., p. 3.
[14] Boole, G., op. cit., p. 4.

Así, la inferencia deductiva podrá ser representada por medio de una estructura matemática:

> Toda proposición lógica [...] será capaz de una expresión exacta y rigurosa [...] Todo proceso representará una deducción, toda consecuencia matemática expresará una inferencia lógica.[15]

En su obra *The Laws of Thought* de 1854, Boole dió el nombre de “Symbolic Reasoning” a este método, que contiene tres pasos o etapas:

> Las condiciones para el razonamiento válido son:
> 1) Que se asigne una interpretación fija a los símbolos empleados en la expresión de los datos, y que las leyes de la combinación de aquellos símbolos quede correctamente determinada a partir de aquella interpretación.
> 2) Que los procesos formales de solución o demostración sean llevados a cabo de acuerdo con todas leyes determinadas en el punto anterior, sin considerar la cuestión de la interpretabilidad de los resultados particulares obtenidos.
> 3) Que el resultado final sea interpretable en su forma, y que sea realmente interpretado de acuerdo con aquel sistema de interpretación que se haya empleado en la expresión de los datos.[16]

Esta metodología del razonamiento simbólico es una forma más específica de lo que se ha caracterizado más arriba como conocimiento simbólico. Para ejemplificar brevemente esta metodología, basta ver la manera en que Boole representa los enunciados de la lógica. Los elementos que contiene el álgebra son: “símbolos electivos” (esto es, variables), x, y, z, etcétera, el símbolo “1” (que hace referencia al “universo de discurso”) y las operaciones +, ×, –. El sistema de estas operaciones responde a las leyes de conmutatividad, asociatividad (+ y ×), distributividad (mutuamente entre + y ×), inversión (–), y en particular la idempotencia (de + y ×), que en su forma generalizada, $x^n = x$, caracteriza el álgebra de la lógica.

Las proposiciones categóricas de la silogística tradicional son representadas del siguiente modo

A: Todos los X son Y	----------->	$x(1 - y) = 0$
E: Ningún X es Y	----------->	$xy = 0$

[15] Boole, G., op. cit., p. 6.
[16] Boole, G., *An Investigation of The Laws of Thought, on which are Founded The Mathematical Theories of Logic And Probabilities*, London, Walton and Maberly 1854, p.68.

I: Algunos X son Y ----------> $v = xy$
O: Algunos X no son Y ----------> $v = x(1 - y)$

La representación de estas proposiciones se hace en función de los medios algebraicos de los que se dispone y, por lo tanto, de su solución algebraica. El *modus barbara* de la silogística se representa entonces como

Todos los Y son X		$y(1-x) = 0$
Todos los Z son Y		$z(1-y) = 0$
————————	---------->	——————
Todos los Z son X		$z(1-x) = 0$

La validez de esta forma de razonamiento queda demostrada por medio de una derivación de ecuaciones del álgebra.

El álgebra de la lógica de Boole representa claramente un caso de razonamiento *subrogatorio*: la idea de concebir algebraicamente las operaciones lógicas permite razonar sobre las relaciones lógicas mediante una *representación* algebraica de las mismas. Esta representación algebraica procede *"ciegamente*": no hay preocupación por el significado de cada una de las ecuaciones que se obtienen en la "solución" de un razonamiento como problema lógico. Por ejemplo, la aparición del 0 en el álgebra de la lógica resulta por motivos exclusivamente ligados con el cálculo algebraico, como un dual del 1, que representa el "universo de discurso". De acuerdo con Boole, dado $xy = x$, se da que $y = 1$, de modo que se tiene la ecuación $x(1-y) = 0$.[17]

Ahora bien, para Boole, el álgebra de la lógica significa algo más que un mero cálculo para resolver problemas lógicos. En efecto, Boole pretende plasmar en su álgebra las leyes que gobiernan los procesos de razonamiento que tienen lugar en el espíritu (*mind*). Al comienzo de su *Investigación* de 1854, Boole deja en claro que su propósito es "investigar las leyes fundamentales de aquellas operaciones del espíritu (*mind*) mediante las cuales se lleva a cabo el razonamiento".[18] El álgebra describe la estructura matemática del razonamiento humano. Puede afirmarse que Boole pretendía capturar su *estructura formal*. En este punto, se advierte un cierto distanciamiento de la idea más pragmática de conocimiento simbólico, que justifica la corrección del cálculo en sus propias reglas de construcción (una suerte de consistencia absoluta).

[17] Boole 1847, op. cit., p. 21.
[18] Boole 1854, op. cit., p. 1.

4. Conocimiento simbólico y el álgebra absoluta de Schröder

La idea de conocimiento simbólico está implícita también en la obra lógica y matemática del alemán Ernst Schröder. En las obras clásicas de historia de la lógica, Schröder aparece como el mayor representante del álgebra de la lógica en Alemania, y sobre todo como un sistematizador de esa disciplina que profundizó en las propiedades matemáticas del sistema de Boole y del álgebra de relativos de Charles Sanders Peirce. La obra que le dio renombre está formada por los tres volúmenes de las *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (1890-1895)[19], su proyecto más ambicioso que quedó inconcluso por la muerte de Schröder en 1902.

Schröder se interesa desde el comienzo por las nuevas perspectivas más abstractas y generales, como las de un álgebra formal que no se limita a cantidades y que no se ocupa de la naturaleza de las entidades a las que se refieren las operaciones algebraicas. Desde luego, este era el punto de vista de la escuela inglesa del "álgebra simbólica", que se acaba de mencionar. [20]

Para Schröder el objeto de la lógica es el pensamiento (*Denken*), por tanto éste tiene como objetivo final la obtención de conocimiento y es representado por medio del cálculo. En ese sentido expresa, "aquí este pensamiento, reducido a su expresión más estricta, se representará como un *cálculo*."[21]

La deducción procede como un *cómputo* realizado sobre signos, entendidos como objetos perceptibles

> ... la deducción no renuncia totalmente al poderoso auxilio de la percepción. En efecto, observaciones de los nombres o signos de las cosas son permitidas. Precisamente en sus formas superiores, cuando la deducción lleva a cabo sus tareas más intrincadas *por medio del cómputo* [*rechnerisch*], esta observación de los signos se muestra como un rasgo esencial y característico de la misma.[22]

Es decir que, para Schröder, un ciego no estaría en condiciones de resolver deducciones con la misma facilidad que un vidente.

[19] Schröder, E., *Vorlesungen über die Algebra der Logik,* Leipzig, Teubner, 1890-1895.
[20] Los orígenes de las ideas de Schröder se encuentran principalmente en la "teoría de las formas" de los hermanos Hermann y Robert Grassmann desarrollada a mediados del siglo XIX. Véase al respecto Peckhaus, Volker, "Schröder´s Logic" en Gabbay, Dov y Woods John, *Handbook of The History of Logic*, Vol. 3, 2004.
[21] Schröder 1890, op. cit., p.7.
[22] Schröder 1890, op. cit., p. 10.

En el volumen I de las *Vorlesungen*, se hace referencia a algunos de los rasgos más característicos del conocimiento simbólico. Por ejemplo, se menciona el aspecto subrogatorio del simbolismo:

> De manera más o menos manifiesta, estas ciencias [las exactas] tienen la tendencia a *hacer derivar* en lo posible las dificultades en el estudio de las *cosas* [...] al estudio de los *signos*, los cuales siempre están, en definitiva, a disposición del investigador y que se pueden manipular con incomparable facilidad.[23]

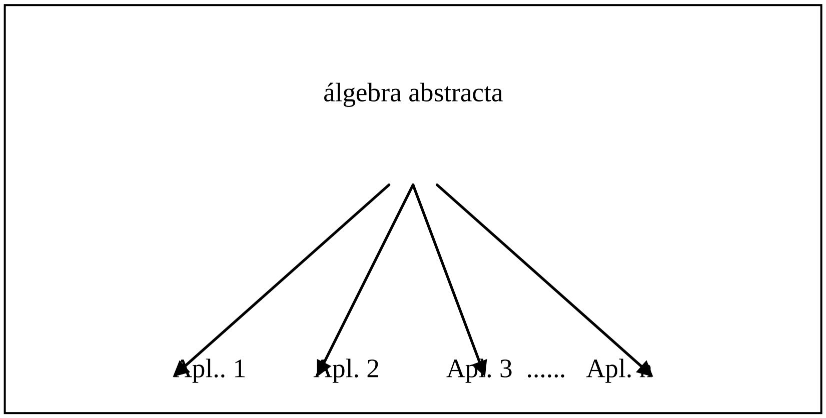
El problema de la justificación de la manipulación simbólica llevó a Schröder a la postulación un "axioma de la inherencia de los signos" (*Axiom der Inhärenz der Zeichen*), que asegura que "en todas nuestras derivaciones y conclusiones los signos persistirán en nuestra memoria – e incluso de manera más constante sobre el papel".[24] Los dos rasgos centrales de los sistemas simbólicos como objetos perceptibles y el carácter subrogatorio de los símbolos aparecen en este "axioma".

En su manual de álgebra y aritmética de 1873, Schröder caracteriza el álgebra formal (*formale Algebra*) como el estudio de las leyes de operaciones algebraicas que se ocupan de números generales en un ilimitado dominio de números (*Zahlgebiet*), sin hacer supuesto alguno acerca de su naturaleza.[25] Schröder no asociaba el concepto de número con el de cantidad ni presuponía que el dominio de números debía restringirse a la matemática; antes bien, este concepto quedaba abierto a posibles extensiones y desarrollos. Posteriormente, Schröder afirmaba que los "dominios de números" en este sentido general podían estar constituidos por nombres propios, conceptos, juicios, algoritmos, números, símbolos para dimensiones y operaciones, puntos y sistemas de puntos, o cantidades de sustancias, y se refería a "operaciones simbólicas" que se aplicaban a los números en este sentido general.[26]

Schröder concibió su álgebra formal como un *programa de reconstrucción de la matemática*, que constaba de cuatro tareas básicas agrupables en dos partes (que recuerdan al *razonamiento simbólico* de Boole). En primer lugar, figuraban los aspectos sintácticos: se presentaban los operadores básicos y sobre la base de ellos se definían los restantes, indicando los postulados para estas operaciones, y, además, debían explicitarse las reglas que servirían para obtener conclusiones a partir de los postulados. En segundo lugar, se debían determinar los dominios de números construibles según las operaciones y se debía proporcionar un significado (geométrico, físico) de las álgebras así constituidas.[27] En

[23] Schröder 1890, op. cit., p. 40.
[24] Schröder 1873, op. cit., pp. 16 y s.
[25] Schröder 1873, op. cit., p. 233.
[26] Véase Schröder 1874, op. cit., p. 3.
[27] Una descripción más detallada de este programa puede encontarse en Peckhaus, op. cit., p. 567.

general, Schröder llamaba *álgebra absoluta* al álgebra formal y sus aplicaciones y la consideraba como una teoría *general* acerca de conexiones. Entre las varias aplicaciones del álgebra absoluta se encuentra la lógica. La estructura del álgebra absoluta puede representarse mediante el esquema siguiente:



De este modo, al profundizar ideas existentes ya en Boole, Schröder esbozaba una concepción *estructural* de la lógica y de la matemática en general.

Posteriormente, en el vol. III de las *Lecciones*, Schröder expandió su álgebra formal con operaciones generalizadas (que podían interpretarse como cuantificadores en el sentido usual de la lógica de predicados) y con operaciones sobre relaciones. Así obtuvo un marco más amplio a su programa del álgebra abstracta: el álgebra de relativos, la que se constituye como una teoría estructural aplicable a un número ilimitado de dominios de aplicación. Schröder hace todavía más explícita la función pragmática del álgebra al afirmar que las ventajas de la representación algebraica residen en (1) mayor *generalidad* de los resultados (sirven para varios sistemas), (2) las demostraciones pueden *abreviarse*, y (3) la representación es más *expresiva*.[28] Todos estos rasgos ubican la idea del álgebra de Schröder dentro de la tradición del conocimiento simbólico.

El análisis de los casos de Boole y Schröder a la luz del concepto de conocimiento simbólico lleva a extraer las conclusiones siguientes:

- La representación algebraica cumple un papel pragmático antes que semántico, a saber, la resolución de problemas lógicos (tales como la validez). Eso puede verse ya en Boole, pero sobre todo en Schröder. En el caso de Boole su tesis del álgebra de la lógica como la estructura matemática de las "leyes del espíritu" sugiere la intención de una justificación del simbolismo algebraico más allá de su función

[28] Schröder 1895, op. cit., pp. 300 y ss.

práctica en la solución de problemas. Esto hecho conlleva ya un cierto distanciamiento de la idea original de conocimiento simbólico.

- Comparada con los cálculos del siglo XVIII (Leibniz, por ejemplo), el álgebra de la lógica manifiesta una importante diferencia: se concibe una *estructura algebraica* de la lógica, de modo que se funda una nueva perspectiva de análisis para la lógica y los conceptos lógicos tienen ahora propiedades algebraicas claras. Schröder profundiza este punto de vista, y hace más explícita la estructura estableciendo relaciones entre un álgebra abstracta y el álgebra de la lógica. El álgebra de la lógica se obtiene cuando las operaciones abstractas se interpretan como operaciones entre conceptos; es decir, a estas se les da una nueva interpretación por medio del álgebra. Obviamente, entre el álgebra de la lógica y el álgebra abstracta existe un homomorfismo que hace posible trasladar propiedades del álgebra abstracta al álgebra de la lógica (y, por ende, a la lógica misma).

Así, puede verse en la evolución del álgebra de la lógica que el interés pasa de la obtención de un cálculo, un *cómputo*, matemáticamente apropiado para resolver problemas lógicos, a la determinación de las propiedades algebraicas que caracterizan la *estructura matemática* de la inferencia deductiva.

5. Perspectivas ulteriores

En el desarrollo ulterior de la metodología de las ciencias formales puede rastrearse la continuación de esta "tradición del conocimiento simbólico". Así, en el programa de Hilbert de fundamentación de la matemática, la "base segura" del conocimiento matemático se encontraba en la *manipulación simbólica*: los símbolos eran considerados como meros objetos *físicos* y los procesos de demostración pasaban a ser procedimientos puramente combinatorios para la manipulación de símbolos.[29]

Estas ideas condujeron más tarde al concepto de sistema formal. Según este concepto, un sistema formal contiene un conjunto de objetos –a los que llama términos-, un conjunto de proposiciones elementales relativas a esos términos y un conjunto distinguido de estas proposiciones, los teoremas. Así, estas condiciones elementales no dicen nada acerca de la naturaleza de los términos, los objetos más básicos del sistema, sino que

[29] Una aproximación más pormenorizada al problema puede verse en Legris, Javier, "On The Epistemological Justification of Hilbert´s Metamathematics", en *Philosophia Scientiae* 9 (2), 2005. En la filosofía de la matemática, otros autores se han ocupado de la idea de conocimiento simbólico y de su tradición. Baste nombrar aquí a Husserl y a Hermann Weyl.

indican una lista básica de términos junto con reglas para construir otras expresiones del sistema. De manera semejante, la determinación del conjunto de proposiciones distinguidas o teoremas se da por medio de axiomas y reglas de procedimiento que sirven para obtener el resto de teoremas. Por último, lo que hace aceptable a un sistema formal es la interpretación, la cual asocia un contenido a los términos del sistema.

Este concepto de sistema formal inspiró, a su vez, una concepción de la inteligencia basada en la manipulación de símbolos y ligada a las ciencias de la computación y la inteligencia artificial. Esta es la hipótesis del “sistema físico de símbolos”, formulada como una manera de fundamentar la inteligencia artificial. Según Newell y Simon, un sistema físico de símbolos está compuesto por cualesquiera objetos materiales, que obedecen a las leyes de la naturaleza física. Estos objetos forman estructuras al relacionarse entre sí. Además de estas estructuras simbólicas, el sistema contiene procesos que operan sobre las estructuras del sistema para producir otras estructuras. Así, un sistema físico de símbolos es una máquina que produce estructuras simbólicas a través del tiempo. En relación con la naturaleza de los símbolos aparecen los dos conceptos de designación e interpretación. La designación hace que se pueda acceder al objeto a través de símbolos. La interpretación implica que si una serie de símbolos designa un proceso, entonces el sistema puede ejecutar el proceso designado, de modo que a los procesos del sistema corresponden procesos en la interpretación. De este modo, el conocimiento obtenido es esencialmente conocimiento simbólico.[30]

Pese ser cuestionable como concepción satisfactoria de la inteligencia, esta hipótesis está ligada a una modelización útil de la *representación del conocimiento* en inteligencia artificial. Todo esquema de representación tiene por objetivo capturar los rasgos esenciales de un ámbito de problemas y hacer que la información pueda someterse a un procedimiento para resolver los problemas de ese ámbito. Este procedimiento debe estar vinculado con el esquema de representación. Esto no es más que una reformulación de algunos de los rasgos del conocimiento simbólico analizados al principio. Así pues, se puede hablar de sistemas de representación que tienen como elementos un lenguaje formal, una semántica y procedimientos de demostración. Algunas propiedades de estos sistemas se vuelven especialmente relevantes, tales como la capacidad expresiva, la eficiencia y la complejidad computacional.

En suma, en la evolución de la idea de formalización subyace una tradición de conocimiento simbólico, que tiene que ver con aspectos pragmáticos de los cálculos formales. Así, hay un amplio abanico de problemas que emergen de la caracterización previa del conocimiento simbólico: la idea de representación formal, la idea de

[30] Véase Legris 2001-2002, p. 26.

razonamiento subrogatorio, la tensión entre cálculo y estructura abstracta, una concepción de la capacidad inferencial ligada con la idea de inteligencia.

Referencias

Boole, George, 1847. *The Mathematical Analysis of Logic. Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasonin,* Cambridge, Macmillan, Barclay and Macmillan, 1847.

An Investigation of The Laws of Thought, on which are Founded The Mathematical Theories of Logic And Probabilities. London, Walton and Maberly, 1854.

Esquisabel, Oscar y Javier Legris, "Conocimiento simbólico y representación", en Minhot, Leticia y Testa, Ana (Comps.), *Representación en ciencia y arte*, Córdoba, Brujas, 2003, pp. 233-243.

Gregory, Duncan "On The real Nature of Symbolical Algebra" en *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* 14, 1840, pp. 208-216.

Krämer, Sybille, "Symbolische Erkenntnis bei Leibniz", en *Zeitschrift für philosophische Forschung* 46, 1992, pp. 224-237.

Lassalle Casanave, Abel, "Conocimiento por construción característica", en Doffi, Mercedes (comp.), *Lógica, epistemología y filosofía del lenguaje. Homenaje a Alberto Moreno*, Buenos Aires, Eudeba, 2005.

Legris, Javier, "Notas sobre el conocimiento simbólico y la teoría de los sistemas formales" en *Filosofía, Educación y Cultura*, 6, 2001-2002, pp. 23-37.

"Conocimiento simbólico e infinito matemático" en Horenstein, Norma, Minhot, Leticia y Severgnini, Hernán (comps.), *Epistemología e Historia de la Ciencia* 8, Córdoba, Universidad Nacional de Córdoba, 2002, pp. 197-203.

"On The Epistemological Justification of Hilbert´s Metamathematics", en *Philosophia Scientiae* 9 (2), 2005.

Leibniz, Gottfried W., *Die mathematischen Schriften*. Edición de C. I. Gerhardt, 7 vols., Berlin, 1849-63; reimpresión Hildesheim, 1971.

Die philosophischen Schriften. Edición de C. I., Gerhardt, 7 vols., 1875-90; reimpresión Hildesheim, 1978.

Escritos filosóficos, Edición de Ezequiel de Olaso, Buenos Aires, Charcas, 1982.

Mancosu, Paolo, *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Sevententh Century*, New York – Oxford, Oxford University Press, 1996.

Peacock, George, *A Treatise on Algebra*, Cambridge, J. & J.J. Deighton / Londres G.E. & J. Rivington, 1830.

Peckhaus, Volker, “Schröder´s Logic” en Gabbay, Dov y Woods John, *Handbook of The History of Logic*, Vol. 3, 2004, pp. 557-609.

Schröder, Ernst, *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra,* Leipzig, B. G. Teubner, 1873.

Über die formalen Elemente der absoluten Algebra, Stuttgart, Schweizerbart´sche Buchdruckerei, 1874.

Vorlesungen über die Algebra der Logik (exacte Logik), vol. I. Leipzig, Teubner, 1890.

Vorlesungen über die Algebra der Logik (exacte Logik), vol. III. *Algebra und Logik der Relative*. Leipzig, Teubner, 1895.